

Collèges Le Ribéral (Saint Estève) et F. Mitterrand (Toulouges)  
Collèges La Côte Radieuse (Canet) et A. et J. Olibo (Saint Cyprien)  
LABoratoire de Mathématiques et de PhySique (LAMPS)  
Université de Perpignan Via Domincia (UPVD)  
Année scolaire/universitaire 2019-2020

## Sujets de recherche pour le jumelage Toulouges - Saint Estève

coordinateurs UPVD : Robert Brouzet, Michel Ventou, Patrick Vilamajó

### Sujet 1 : Bégaïement interdit !

Deux joueurs choisissent un entier naturel  $n$ , puis écrivent tour à tour la lettre A ou la lettre B. Le premier joueur qui bégaie (qui construit pour la deuxième fois un mot de  $n$  lettres) a perdu. Le jeu se termine-t-il toujours ? Y a-t-il des stratégies gagnantes en fonction de  $n$  ?

### Sujet 2 : Un grand morpion !

Notre grille est de dimension infinie. Le principe ressemble à celui du morpion classique. Mais ici, il faut aligner (consécutivement) 9 signes égaux. Existe-t-il une stratégie gagnante ?

### Sujet 3 : De la rigueur bon sang !

On dispose d'une règle de longueur finie donnée et un compas permettant de tracer des cercles de rayon inférieur à cette longueur. Tous les points considérés sont obtenus par la construction à la règle et au compas.

Peut-on toujours tracer le segment reliant deux points du plan déjà construits ?

### Sujet 4 : Pic et pic et colégram !

Sur une grille de points équidistants de 1 cm, on dessine un polygone dont les sommets sont sur les points de la grille et dont les cotés ne se croisent pas. Peut-on prévoir la surface de ce polygone sans la mesurer ?

### Sujet 5 : Attaque vs Défense

Sur un échiquier de dimension  $n$ , deux joueurs s'affrontent de la façon suivante :

- l'attaquant possède plusieurs pions symbolisés par X
- le défenseur possède un ballon, symbolisé par un pion O

Au départ l'attaquant et le défenseur posent leurs pions comme ils l'entendent. Ensuite chaque joueur à tour de rôle déplace un de ses pions sur une case adjacente. L'attaquant commence la partie.

Combien faut-il au minimum de pions attaquant pour prendre la balle au défenseur (c'est à dire poser un pion X sur le pion O) ?

**Sujet 6 : Des petits points, des petits points, encore des petits points ...**

On considère 4 points distincts dans le plan. Est-on sûr de pouvoir former un triangle non isocèle avec trois d'entre eux ? Et si on considère 5, 6 ou 7 points ?

**Sujet 7 : Des chemins, des chemins, encore des chemins ...**

Un marcheur évolue dans un quadrillage en ne faisant que des pas de longueur unité, vers la droite ou vers le haut.

Trouver le nombre de chemins possibles depuis l'origine jusqu'à un noeud quelconque du quadrillage (les points sont à coordonnées entières positives ou nulles). Et si le quadrillage est cubique ?

**Sujet 8 : Et un tirage au sort, un !**

Pour tirer au sort une répartition de tâches on souhaite utiliser le système suivant :

- on trace autant de traits verticaux que de participants
- en haut de chaque trait on écrit le nom de chaque participant et en bas de chaque tâche
- chaque participant trace un ou plusieurs traits horizontaux entre des traits verticaux adjacents
- Pour savoir qui fait quoi, on dévoile barres et traits, puis on trace les chemins. Lorsque l'on descend le long des barres verticales, on doit obligatoirement emprunter les barres horizontales rencontrées. On glisse le long des barres (toujours en descendant) jusqu'à une tâche.

Toutes les répartitions des tâches sont-elles possibles avec ce système ?

**Sujet 9 : Allo !**

Quelqu'un pense à un nombre. Combien de questions faudra-t-il lui poser pour découvrir ce nombre, sachant qu'il ne peut répondre que par 'oui' ou par 'non' et qu'il est susceptible de mentir au plus une fois en répondant aux questions ?

**Sujet 10 : Il faut la jeter !**

On dispose d'une vieille machine à écrire, qui affiche de temps en temps (en moyenne une fois sur 10), un mauvais caractère. Si on doit envoyer une chaîne de caractères complexe (par exemple une succession de 0 et de 1), comment transformer la chaîne de départ pour que les erreurs puissent être repérées et corrigées par le lecteur ?

**Sujet 11 : Fait pas la tête !**

Des astronautes escargots sont sur une boîte à chaussures, perdus en plein milieu de l'espace. Ils se rejettent la responsabilité de l'erreur qui les a mis dans une telle situation. Depuis, ils se font la tête au point de chercher à se placer sur cette boîte de manière à être le plus loin possible les uns des autres. Où peuvent-ils se mettre ?

**Sujet 12 : Qui choisir ?**

On range les entiers de 1 à 50 dans un ordre arbitraire. Peut-on toujours extraire de cette liste une suite de 8 nombres, pas nécessairement à côté les uns des autres, qui soient dans l'ordre croissant ou dans l'ordre décroissant ?